.: MATEMATICALIA :.
REVISTA DIGITAL DE DIVULGACIÓN MATEMÁTICA DE LA REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA
I.S.S.N.: 1699-7700

Comunicación

Enviado por Ángel Sánchez
Publicado: viernes, 11 agosto 2006

Recibido: martes, 11 julio 2006

comunicación ::
matematicalia
revista digital de divulgación matemática
Vol. 2, no. 3 (jun. 2006)

Las matemáticas de la cooperación humana

Ángel Sánchez
Grupo Interdisciplinar de Sistemas Complejos
Departamento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
e-mail: anxo @ math.uc3m.es
página web: http://gisc.uc3m.es/~anxo

En el número conmemorativo del 125º aniversario de su aparición, la prestigiosa revista *Science* hizo una selección de los veinticinco problemas más importantes para el siglo XXI mediante una encuesta entre un gran grupo de científicos. De entre estos problemas, que abarcan todos los campos de la ciencia, uno de los más intrigantes es el origen de la cooperación humana [1]. El por qué los humanos cooperamos entre nosotros es difícil de entender, sobre todo en los casos en los que cooperamos con personas que no conocemos y a las que con seguridad no volveremos a ver (por ejemplo, cuando nos detenemos a ayudar a un desconocido a cambiar una rueda de su coche en mitad de un desierto). Por otro lado, el que seamos capaces de hacer esto es lo que ha permitido el desarrollo de una sociedad tan compleja y con una división del trabajo tan elaborada como la nuestra. Y no es esta una cuestión académica: al contrario, si se comprendiera el comportamiento cooperativo se podrían diseñar políticas que lo promovieran activamente o ayudaran a su mantenimiento cuando fuese necesario, evitando los conflictos. Muchas ciencias intentan dar respuesta a estas preguntas: la sociología, la economía, la psicología, la biología,… y las matemáticas. Sí, aunque parezca sorprendente, las matemáticas juegan un papel fundamental en el estudio de la cooperación humana. Veamos cuál es ese papel.

El problema de la cooperación

La mejor manera de presentar el problema es acudir a uno de los más brillantes científicos de todos los tiempos: Charles Darwin. En 1871, escribía [2]:

> *Aquél dispuesto a sacrificar su vida* […]*, antes que traicionar a sus*

> *camaradas, muy rara vez dejaría descendencia que heredase su noble disposición… Así pues, parece casi imposible* […] *que el número de los dotados con tales virtudes* […] *se incrementase por selección natural, es decir, por la supervivencia de los mejor adaptados.*

Para Darwin, este era un problema de primera magnitud, y una de las mayores dificultades de su teoría de la evolución. Tan es así que, después de haber defendido tenazmente como una de sus hipótesis fundamentales que toda la variedad de las especies provenía de la actuación de la selección exclusivamente sobre los individuos, al no encontrar encaje en este esquema para la cooperación humana tras veinte años de esfuerzo, tuvo que admitir, con el mayor desagrado, que la selección actuando sobre grupos podría ser la respuesta.

La primera respuesta a las dudas de Darwin tardó sesenta años en llegar, de la mano de J.B.S. Haldane, biólogo escocés. Al ser preguntado si arriesgaría su vida por salvar a un hermano que se estuviese ahogando, respondió: *No, pero si lo haría por dos hermanos o por ocho primos*. Al responder así, Haldane, uno de los fundadores (junto con R.A. Fisher y Sewall Wright) de la teoría matemática de la genética de poblaciones, estaba pensando sólo en la preservación de sus genes. Dado que en promedio un hermano comparte con otro la mitad de sus genes, y un primo una octava parte, la estrategia de Haldane correspondía a conservar, de nuevo en promedio, su genoma. Este concepto fue formalizado matemáticamente con el nombre de *inclusive fitness* por William Hamilton [3], y fue popularizado más tarde por Richard Dawkins bajo el nombre de *gen egoísta* [4].

Sin embargo, con toda su importancia, la teoría de Hamilton dejaba sin resolver el meollo del problema que, como ya hemos dicho, proviene de la cooperación entre desconocidos sin relación alguna, y que ha ocupado a numerosos científicos en los últimos treinta años. De todos estos trabajos, los que han aportado más luz a la cuestión son los basados en teoría de juegos, la rama de las matemáticas de la que vamos a hablar a continuación.

Teoría de juegos

La teoría de juegos estudia situaciones estratégicas, en las que los actores o jugadores eligen diferentes acciones para maximizar sus beneficios. Aparte de los primeros esbozos de la teoría que aparecen en los estudios económicos de Cournot en 1838, la teoría de juegos fue establecida por una serie de artículos del genial y polifacético John von Neumann[1], hacia 1928, que culminaron en la publicación de su famosa monografía [5]. Desde entonces, la teoría de juegos se usa en muy diversos campos, que van desde la biología y la psicología a la sociología y la filosofía, pasando por la política y la economía. Recientemente, ha empezado a interesar también a los informáticos, debido a sus aplicaciones en inteligencia artificial. Y, por supuesto, entre sus aplicaciones está el estudio de la cooperación humana: baste como ejemplo citar el último premio Nobel de Economía, concedido a Thomas Schelling *por haber aumentado nuestro entendimiento del conflicto y la cooperación a través de la teoría de juegos*.

Figura 1. John von Neumann, en un sello del servicio de correos de los Estados Unidos.

En su aplicación arquetípica, la economía, la teoría de juegos se utiliza para analizar una amplia variedad de fenómenos económicos, como subastas, regateos, duopolios, oligopolios, formación de redes sociales, o sistemas de votación. La investigación se centra en conjuntos especiales de estrategias conocidos como *equilibrios*, que normalmente se basan en deducciones a partir de la condición de racionalidad de los jugadores. El más importante de estos equilibrios fue introducido por el matemático John Nash, por lo que recibió el premio Nobel de Economía en 1995 (y cuya biografía ha sido popularizada recientemente por la película *Una mente maravillosa*). Un conjunto de estrategias es un *equilibrio de Nash* si cada una es la mejor respuesta posible al conjunto de

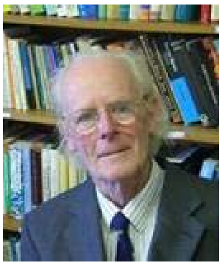

Figura 2. John Maynard-Smith, poco antes de su fallecimiento (2002).

Figura 3. John Nash, en 2003.

las demás. En ese caso, si todos los jugadores utilizan estrategias pertenecientes a un equilibrio de Nash, ninguno tiene ningún incentivo para desviarse, ya que su estrategia es la óptima visto lo que están haciendo los demás jugadores. Los pagos del juego representan generalmente la utilidad que obtiene cada jugador, utilidad que en muchos modelos es dinero.

En los años 70, la teoría de juegos, originalmente pensada para entender el comportamiento humano, se aplicó de forma mucho más general a la biología, a partir de los trabajos de John Maynard-Smith (ingeniero aeronáutico durante la segunda guerra mundial, reconvertido en genetista matemático bajo la dirección de Haldane) y George Price, que elaboraron lo que hoy llamamos *teoría evolutiva de juegos* [6]. Al contrario que en economía, los pagos en biología se interpretan normalmente como *fitness*, o capacidad de reproducción, que usualmente coincide con la proporción de genes del individuo considerado que se transmiten a la siguiente generación. Además, el interés se ha centrado menos en equilibrios racionales que en aquellos que se mantienen debido a las fuerzas evolutivas. El equilibrio más conocido en biología es la *estrategia evolutivamente estable* (EEE), introducido por Maynard-Smith. Aunque su definición no tiene nada que ver con la de equilibrio de Nash, ambas están relacionadas, como veremos a continuación.

Dinámica evolutiva: ecuación del replicador

El cambio de paradigma de Maynard-Smith consistió en pasar de tener jugadores enfrentados a tener una población de individuos: mientras que los jugadores podían tener diferentes estrategias y cambiar de una a otra, los individuos de Maynard-Smith tenían una estrategia fija, y las distintas estrategias estaban representadas por distintas fracciones de individuos. Así, el cambio de estrategia no corresponde a una decisión de un jugador, sino al reemplazo de los individuos por sus descendientes, quizá con mutaciones. El punto clave de la cuestión está en cómo se produce ese reemplazo y cómo entra el juego que se considere en él, para lo cual Maynard-Smith adoptó un punto de vista biológico, postulando que el porcentaje de una estrategia en la población aumenta si la *fitness* de esa estrategia es mayor que la *fitness* media de la población, es decir:

$$\dot{x}_i = x_i \left(f_i - \bar{f} \right).$$

Esta sencilla ecuación es la que se conoce como *ecuación del replicador* [7], y es una de las más importantes de la teoría de juegos evolutiva. Notemos, sin embargo, que no la hemos especificado completamente, ya que no hemos dicho cómo se define la *fitness* de cada estrategia. La elección habitual en teoría de juegos evolutiva es suponer que cada jugador se enfrenta con todos los demás una vez, y que la *fitness* es el pago obtenido en todos esos juegos. Esta elección viene motivada por el hecho de que entonces podemos calcular la *fitness* explícitamente en función de la población de cada estrategia y sustituirla en la ecuación del replicador, cerrándola así en las variables x_i. Notemos, sin embargo, que esto es un postulado, y que se podrían haber hecho otras elecciones que darían lugar a otras dinámicas. Volveremos sobre este punto más adelante.

Basándose en la idea central de que la estrategia que más pago o *fitness* obtiene en el juego es la que debe reproducirse en mayor abundancia, y siguiendo con el enfoque biológico, Maynard-Smith definió la EEE de la siguiente manera: *Una EEE es una estrategia tal que, si todos los miembros de la población la adoptan, ninguna* *estrategia mutante podría invadir la población mediante selección natural* [6, p. 10]. No es difícil convencerse de que esta definición se traduce en la siguiente condición matemática: llamando $E(I,J)$ al pago recibido por un jugador con estrategia I frente a uno con estrategia J, se ha de verificar que

$$E(I,I) > E(I,J) \quad \text{para todo } J \neq I, \text{ ó}$$
$$E(I,I) = E(I,J) \quad \text{y } E(I,J) > E(J,J)$$

independendientemente de la regla particular de evolución temporal de las estrategias que se elija (siempre que vaya a favor de la que más pago reciba).

En el contexto concreto de la ecuación del replicador, las EEE no son otra cosa que los puntos fijos estables de la dinámica. Un punto fijo es en este caso un conjunto de poblaciones $x_1,\ldots,x_n$ tales que su *fitness* es igual a la *fitness* media de la población total, con lo que el segundo miembro de la ecuación se anula, mientras que el concepto de estabilidad es el estándar en sistemas dinámicos. Pues bien, se puede demostrar que toda EEE asintóticamente estable es un equilibrio de Nash del juego subyacente, y que todo equilibrio de Nash es una EEE de la ecuación del replicador [7]. Este es un resultado muy importante, ya que justifica el enfoque casi obsesivo de la teoría de juegos en los equilibrios de Nash: en efecto, los equilibrios de Nash son relevantes porque si se parte de situaciones que no corresponden a uno de ellos y se deja a los jugadores aprender o reproducirse, que de ambas maneras podemos interpretar la sucesión de generaciones, llegarán a distribuirse conforme a un equilibrio de Nash si las poblaciones evolucionan de acuerdo a la dinámica del replicador.

Un ejemplo sencillo: el juego de la Armonía

Vamos a ilustrar estos conceptos con un primer ejemplo muy sencillo, como es el juego de la Armonía [8]. La manera habitual de definir un juego es dar su *matriz de pagos*, también llamada *forma normal* del juego:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} C & T \end{array} \\ \begin{array}{c} C \\ T \end{array} & \left[\begin{array}{cc} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{array}\right] \end{array}$$

la cual representa el pago que recibe el jugador que usa la estrategia indicada en la fila (C, cooperar, o T, traicionar) cuando se enfrenta a la estrategia indicada en la columna. El juego es simétrico, es decir, no hay nada que distinga a los dos jugadores que intervienen, con lo cual queda así completamente especificado (si el juego fuera asimétrico habría que definirlo mediante una bimatriz con los pagos tanto al jugador fila como al columna).

No es muy difícil convencerse, por simple inspección de la matriz de pagos, que lo que ha de hacer cualquier jugador es C, cooperar. En efecto, si un jugador coopera, su pago será siempre mejor que si traiciona, haga lo que haga el otro (en términos técnicos, C es una estrategia dominante), y de ahí se desprende que si ambos jugadores usan la estrategia C estamos ante un equilibrio de Nash. Por otro lado, una población sólo de C es claramente una EEE, sin más que comprobar que el pago de C frente a C es el mejor posible, por lo cual no puede ser invadida por T.

Un ejemplo clásico: el juego Halcón-Paloma

Tras haber visto nuestro primer ejemplo sencillo, pasemos a otro, clásico y de más interés, como es el juego Halcón-Paloma [6] (también llamado en otros contextos *Snowdrift* y *Chicken*), cuya matriz de pagos es

$$\begin{array}{ccc} & H & P \\ \begin{array}{c} H \\ \\ P \end{array} & \multicolumn{2}{c}{\left[\begin{array}{cc} \frac{v-c}{2} & v \\ 0 & \frac{v}{2} \end{array}\right]} \end{array}$$

La aplicación de este juego a un problema o situación concretos viene dada por la interpretación de los pagos de la matriz. En términos biológicos, supongamos que tenemos una especie en la cual los individuos tienen tres comportamientos cuando pelean por un cierto recurso (como por ejemplo el territorio): "farolear", "pasar a mayores, atacar" y "retirarse". El animal que farolea no causa daño a su oponente, mientras que el que pasa a mayores puede hacerlo. El que se retira abandona el recurso a su oponente. Consideremos entonces dos posible estrategias: *Halcón* o agresiva, que ante un conflicto ataca al contrario hasta que éste se retira o él mismo resulta herido, y *Paloma* o prudente, que farolea inicialmente pero ante la amenaza del ataque se retira sin daño. El recurso en disputa tiene un valor v, mientras que el ataque del Halcón inflige al atacado un daño (de ahí el signo) c. Supondremos que el enfrentamiento entre dos estrategias iguales se resuelve al azar a favor de uno de los dos, por lo que en media la ganancia es la especificada en la matriz.

El análisis de Maynard-Smith muestra que para este juego, cuando el coste de las heridas en una lucha perdida es mayor que el del recurso en disputa, $c>v$, una población enteramente compuesta por Halcones no es una EEE, porque si aparece una pequeña población de Palomas, el hecho de que no reciban daño las hace reproducirse más deprisa. Análogamente, una población sólo de Palomas es fácilmente invadida por unos pocos Halcones, que siempre se benefician de la retirada de las palomas, y tampoco es una EEE. Sin embargo, se puede ver que una población con una fracción v/c de Halcones sí es una EEE, ya que si los Halcones superan ese porcentaje, la evolución favorece a las Palomas, y a la inversa. Esta es la única EEE de este juego en la dinámica del replicador, y también el único equilibrio de Nash. A este equilibrio se le llama *en estrategias mixtas*, porque la población contiene una mezcla de las dos estrategias consideradas. Por otro lado, si recuperamos la interpretación de teoría de juegos clásica, este equilibrio corresponde a una estrategia en la que un jugador se comporta al azar, actuando como Halcón con probabilidad v/c y como Paloma con probabilidad 1-v/c, lo que es otra manera de justificar el nombre de "estrategia mixta".

Para no perder de vista el tema principal de este artículo, diremos que aunque el planteamiento sea en términos de especies genéricas, el juego Halcón-Paloma es uno de los modelos habituales de la cooperación humana. En ese contexto, las estrategias H y P se reinterpretan, una vez más, como T y C, respectivamente, y el juego modela uno de los dilemas sociales clásicos (junto con el famoso *Dilema del Prisionero* [9]): dos personas han de hacer algo conjuntamente, y el coste de no hacerlo (c) es más alto que el beneficio (v); pero si una hace todo el trabajo sola, la otra persona es claramente la beneficiada. La estrategia C corresponde a trabajar y la T a no hacerlo, y es esta última la más atractiva, pero se corre el riesgo (y de ahí el dilema) de que el otro jugador también la adopte, con gran costo para ambos. La conclusión de nuestro análisis teórico es que la mejor opción es adoptar una estrategia mixta, trabajando un porcentaje v/c de las veces.

Extensiones. El problema de las escalas de tiempo.

Desde estas primeras ideas, la teoría de juegos evolutiva se ha desarrollado mucho y hoy se ha convertido en una herramienta matemática fundamental en muy diversos campos: biología, antropología, sociología, psicología, economía y demás ciencias del comportamiento (a título de ejemplo, dos monografías particularmente interesantes dentro de las muchas disponibles son [10, 11]). Sin embargo, si su presente es brillante, su futuro lo será aún más, ya que le quedan muchas cuestiones por responder y muchas matemáticas por hacer, que escapan a la limitada extensión de este trabajo (pero véase por ejemplo [7]). En este sentido, las direcciones menos exploradas pese a su relevancia para las aplicaciones son todas aquellas que nos alejan de la idealización de la dinámica del replicador: considerar que la población es finita, que no todos los individuos pueden interaccionar con todos, que la población tiene una estructura social (que incluso puede co-evolucionar con el juego [12]), etc. Todos estos factores pueden tener (y de hecho, tienen) consecuencias muy importantes y dar lugar a resultados muy distintos de los que podríamos considerar estándar.

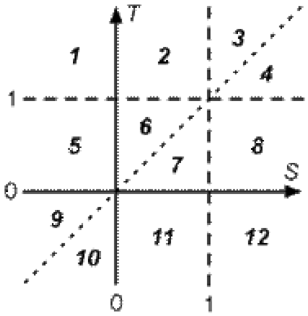

Figura 4. Todos los posibles juegos 2x2, clasificados en función de los valores de los pagos en la matriz. Llamando A y B a las dos estrategias del juego, se adopta el convenio $E(A,A)=1$, $E(B,B)=0$, $E(B,A)=T$, $E(A,B)=S$, representándose luego los juegos en el plano (S,T) como el de la Figura. La región 2 corresponde al juego Halcón-Paloma, y la 6 al de la Armonía. Otros juegos importantes son: 1, Dilema del Prisionero; 4, Batalla de los Sexos; y 6, Caza del Ciervo.

Figura 5. Los Sukuma de Tanzania son un ejemplo de cooperación. En 1981, desarrollaron un sistema propio de justicia llamado Sungusungu, para detener a los ladrones de ganado, que desde entonces se ha extendido por amplias zonas del país. En un trabajo reciente, Brian Paciotti y colaboradores han llevado a cabo experimentos con el juego del Ultimátum entre los Sukuma [B. Paciotti et al., Grass-roots justice in Tanzania, *Am. Sci.* 93 (2005), 58-65] y los han correlacionado con su comportamiento cooperativo.

Como muestra de estos problemas, vamos a discutir brevemente lo que ocurre cuando relajamos una de las hipótesis que subyacen a la dinámica del replicador: que cada jugador se enfrenta a todos los demás una vez. Cuando se adopta esta hipótesis, se está suponiendo implícitamente que la escala de tiempo en la que tiene lugar la reproducción de los individuos es mucho mayor que la de interacción entre individuos, de manera tal que tiene sentido suponer que cada uno de ellos obtiene el pago de enfrentarse al "jugador medio" antes de tener la oportunidad de reproducirse. Lo que ocurre es que esto no tiene por qué ser siempre así en todos los contextos que se pretenda modelizar, y tiene sentido pensar que esas escalas pueden ser comparables o incluso invertirse la relación.

Una manera de tener en cuenta explícitamente las escalas de tiempo es postular que entre cada dos eventos de reproducción, s parejas escogidas al azar de entre la población juegan el juego [13]. El caso $s\to\infty$ corresponde al caso habitual del replicador, mientras que cuanto más bajo es el valor de s, más rápida será la reproducción, dando tiempo a menos interacción entre los individuos. Para tratar el problema correctamente, se requiere considerar una población finita de N individuos, que evolucionan de acuerdo a la llamada *dinámica de Moran*: en cada evento de reproducción se elige un individuo con probabilidad proporcional a su *fitness* y éste se reproduce sustituyendo a otro escogido al azar. Esta regla permite un tratamiento matemático exacto en términos de procesos de nacimiento-muerte o cadenas de Markov, mientras que sus puntos fijos están estrechamente relacionados con los de la ecuación del replicador. Pues bien, ese análisis muestra que esta nueva dinámica conduce a resultados sorprendentes y nada triviales. El ejemplo más claro es el juego de la Armonía, en el que ahora el punto fijo estable, la EEE, pasa a ser la estrategia T, ¡que es la que peor resultado da! De la misma manera, en el juego Halcón-Paloma, el equilibrio en estrategias mixtas desaparece, y queda como punto fijo la estrategia Halcón[2]. Vemos, pues, que la hipótesis del "jugador medio" de la dinámica del replicador tiene consecuencias, y habrá que preguntarse en cada caso, en cada situación que se quiera modelizar, si tiene sentido o no mantenerla.

Comportamiento altruista: el juego del Ultimátum

¿Qué relación tienen estos detalles, si se quiere un tecnicismo sobre sistemas dinámicos, con la cooperación humana? De momento, en los ejemplos que hemos visto, el que la reproducción y la selección tengan lugar en escalas de tiempo comparables (s pequeño) perjudica a la cooperación, favoreciendo la implantación de las estrategias T. Pero yendo más allá de los ejemplos, considerar las escalas de tiempo abre una nueva perspectiva sobre la cooperación. Para ello tenemos que introducir un último juego, llamado del Ultimátum. Dos personas reciben una cierta cantidad de dinero y una de ellas, a la que llamaremos *proponente*, dice qué parte de esa cantidad está dispuesta a dar a la otra, a la que llamaremos *respondente*. Si el respondente acepta la oferta, el reparto se realiza tal y como había sido propuesto, pero si la rechaza, ninguno de los jugadores recibe nada de dinero. Una vez más, está claro cuál debe ser el comportamiento a seguir: si se es el respondente, aceptar cualquier oferta positiva (algo es mejor que nada), y si se es el proponente, visto lo que ha de hacer el respondente, se ofrecerá la menor cantidad positiva posible. Por ejemplo, si nos repartimos 10 monedas, el proponente ofrecerá una moneda al respondente, y éste aceptará el trato…

¿Seguro? ¿Qué haría el lector? Esa pregunta se la ha hecho mucha gente, y en el grupo de Ernst Fehr, del Instituto de Economía del Comportamiento de Zürich, le han dado respuesta haciendo experimentos sobre este juego. El resultado es muy revelador: la mitad de las ofertas de menos del 30% son rechazadas, es decir, la gente no se comporta racionalmente. Fehr y sus colegas argumentan [14] que este comportamiento, al que ellos llaman *castigo altruista* (el respondente castiga al proponente avaricioso a costa de perder un beneficio), es una de las claves que favorecen la aparición de cooperación. Es importante señalar que las observaciones se realizan en condiciones de anonimato y asegurando a los jugadores que no volverán a encontrarse, por lo que realmente rechazar cualquier oferta no proporcionará beneficio alguno en futuras interacciones, que no tendrán lugar. Más todavía: este comportamiento no es sólo propio de los estudiantes de Zürich, sino que en mayor o menor grado se ha observado en distintas sociedades de todo el mundo [15].

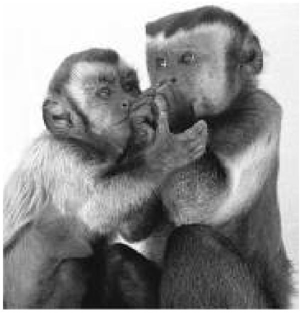

Figura 6. El problema de la cooperación no es exclusivo de la especie humana: los primates también exhiben comportamientos altruistas difíciles de justificar evolutivamente. Un ejemplo interesante son los monos capuchinos [S.F. Brosnan, F.B.M. de Waal: *Nature* 425 (2003), 297-299], que en experimentos de laboratorio han mostrado comportamientos de tipo castigo altruista.

Bien, el castigo altruista fomentará la cooperación, es posible, pero esto sólo nos retrotrae un paso, ya que ahora hay que explicar en términos evolutivos la aparición y mantenimiento de este comportamiento. En el marco de las dinámicas evolutivas estándar, no se puede entender el que aparezca un umbral de rechazo, ya que los respondentes que acepten siempre tendrán más *fitness* que los que no, y por tanto acabarán suplantando a éstos. Al igual que le ocurrió a Darwin, se ha recurrido entonces a argumentos de tipo "selección a nivel de grupo" o "selección cultural" [15], fuera del darwinismo puro, para intentar explicar las observaciones, pero muchos investigadores no las encuentran satisfactorias (de hecho, la selección de grupo es un concepto de difícil encaje en la biología matemática).

Pero ¿qué ocurre si relajamos la hipótesis de interacción con el jugador medio de la teoría evolutiva de juegos habitual? El problema es analíticamente bastante complicado, por lo que se ha propuesto un modelo de ordenador, de los llamados "modelos basados en agentes", que muestra que si la escala de juego y de reproducción son comparables, se pueden obtener resultados muy parecidos a los de los experimentos [16], y se puede entender la aparición del fenómeno del castigo altruista en términos de selección individual a la Darwin. Obviamente, hay que ser cuidadosos: este resultado no quiere decir que el problema esté resuelto. Lo único que podemos concluir es que no se puede descartar la posibilidad de explicar el comportamiento altruista en términos de selección individual, ya que el modelo de [16] indica que se puede hacer si se tienen en cuenta las escalas de tiempo y se va más allá de las dinámicas estándar. Otra cosa es que el modelo en sí tenga sentido, se pueda aplicar a todas las sociedades donde se observa dicho comportamiento, sólo a alguna o sea un completo disparate; pero abre la puerta a seguir investigando en esta dirección, hasta ahora totalmente descartada. Y quizá, tirando del hilo, lleguemos a tener un buen modelo matemático, compatible con lo que se sabe de la antropología, la sociología y la psicología, que nos permita entender la cooperación humana dentro del marco de la evolución clásica. A Darwin, que construyó su teoría con una lógica que sólo se puede calificar de matemática, le hubiera gustado.

Referencias

[1] E. Pennisi: How did cooperative behavior evolve? *Science* 309 (2005), 93.

[2] C. Darwin: *The Descent of Man and Selection in Relation to Sex*. John Murray, Londres, 1871.

[3] W.D. Hamilton: The genetical evolution of social behaviour, I y II. *Journal of Theoretical Biology* 7 (1964) , 1-16 y 17-52.

[4] R. Dawkins: *El Gen Egoísta* (2ª. ed.). Salvat Editores, Barcelona, 2000.

[5] O. Morgenstern, J. von Neumann: *The Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, Princeton, 1947.

[6] J. Maynard-Smith: *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press, Cambridge, 1982.

[7] J. Hofbauer, K. Sigmund: Evolutionary game dynamics. *Bulletin of the American Mathematical Society* 40 (2003), 479-519.

[8] A.N. Licht: Games Commissions Play: 2x2 Games of International Securities Regulation. *Yale Journal of International Law* 61 (1999), 108-11.

[9] W. Poundstone: *El Dilema del Prisionero: John von Neumann, la Teoría de Juegos y la Bomba*. Alianza Editorial, Madrid, 1995.

[10] F. Vega-Redondo: *Evolution, Games and Economic Behavior*. Oxford University Press, Oxford, 1996.

[11] H. Gintis: *Game Theory Evolving*. Princeton University Press, Princeton, 2000.

[12] V.M. Eguíluz, M.G. Zimmermann, C.J. Cela-Conde, M. San Miguel: Cooperation and the emergence of role differentiation in the dynamics of social networks. *American Journal of Sociology* 110 (2005), 977-1008.

[13] C.P. Roca, J.A. Cuesta, A. Sánchez: Time scales in evolutionary dynamics. *Preprint* (2006). [Disponible en http://arXiv.org/abs/q-bio/0606033].

[14] E. Fehr, U. Fischbacher: The nature of human altruism. *Nature* 425 (2003), 785-791.

[15] J. Henrich et al., eds.: *Foundations of Human Sociality: Economic Experiments and Ethnographic Evidence from Fifteen Small-Scale Societies*. Oxford University Press, Oxford, 2004.

[16] A. Sánchez, J.A. Cuesta: Altruism may arise from individual selection. *Journal of Theoretical Biology* 235 (2005), 233-240.

---

[1] John Von Neumann (Neumann János Lajos) (1903-1957) fue un matemático húngaro-estadounidense, de ascendencia judía, que realizó contribuciones importantes en física cuántica, análisis funcional, teoría de conjuntos, informática, economía, análisis numérico, hidrodinámica (de explosiones), estadística y muchos otros campos de las matemáticas. [Véase más en http://es.wikipedia.org/wiki/John_Von_Neumann].

[2] En sentido estricto, la dinámica de Moran no tiene como punto fijo la coexistencia porque sus únicos puntos fijos son las dos estrategias puras. Sin embargo, cuando $s \to \infty$ la población pasa un tiempo muy largo en la estrategia mixta antes de acabar en uno de los dos estados homogéneos, mientras que cuando s es pequeño la evolución lleva directamente a los homogéneos.

Sobre el autor

Angel Sánchez (Ourense, Galicia, 1964) es profesor titular de Matemática Aplicada en la Universidad Carlos III de Madrid e investigador asociado al Instituto de Biocomputación y Física de Sistemas Complejos (BIFI) de la Universidad de Zaragoza. Doctor en Ciencias Físicas por la Universidad Complutense de Madrid (1991), tras su paso por el Los Alamos National Laboratory como becario Fulbright postdoctoral (1993-1994) se ha interesado en la investigación interdisciplinar en distintas áreas de las fronteras de las matemáticas. Su actividad va desde las ecuaciones en derivadas parciales con solitones a la mecánica estadística, pasando por la dinámica evolutiva, los sistemas complejos y los modelos basados en agentes, y le ha llevado a publicar más de 90 artículos en revistas del Science Citation Index que reúnen más de 1000 citas en áreas como matemática aplicada, física matemática, biología o ingeniería electrónica. Ha dirigido varios proyectos nacionales e internacionales y es evaluador de varios organismos españoles y extranjeros y de la Comisión Europea. Creó y codirigió el International Graduiertenkolleg (Programa de Doctorado) sobre Fenómenos Fuera del Equilibrio y Sistemas Complejos (2001-2004) con la Universität Bayreuth, en Alemania, y ha sido miembro fundador y vocal de la junta directiva del Grupo Especializado de Física Estadística y No Lineal de la Real Sociedad Española de Física (2001-2006). En la actualidad es responsable del Grupo Interdisciplinar de Sistemas Complejos (GISC) en la Universidad Carlos III de Madrid, y miembro del comité de gestión del proyecto SIMUMAT de la Comunidad de Madrid.

matematicalia
revista digital de divulgación matemática

[Atrás]