



# Matemáticas para la Innovación, Innovación para las Matemáticas

**Anxo Sánchez**

GISC/Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid & IMDEA Matemáticas

## resumen

En los últimos años, la sociedad va tomando conciencia poco a poco de la importancia de las Matemáticas. Las Matemáticas son el lenguaje de la naturaleza, decía Galileo, y sin ellas no estaríamos en la sociedad tecnológica y de la información que, con sus ventajas e inconvenientes, nos ha tocado vivir. En este sentido, este artículo sostiene dos tesis fundamentales: la utilidad de las Matemáticas llega hasta los lugares más insospechados, como es el caso de la Innovación, que aquí discutiremos y la Innovación en Matemáticas surge de y en sus fronteras, tanto interiores como con las otras Ciencias, y de y en sus aplicaciones.

## abstract

*In recent years, society is becoming aware of the relevance of Mathematics. Mathematics is the language of nature, as Galileo stated, and without them, we would not be in the actual stage of the technological and information society that, with its advantages and disadvantages, we are now living in. In this regard, this paper discusses two main propositions: the usefulness of Mathematics has an impact on unsuspected areas, such as innovation; and innovations in Mathematics emerge from and within its borders, both internal and with other Sciences, as well as from and in its applications.*

## palabras clave

Innovación  
Matemáticas  
Sociedad

## keywords

*Innovation  
Mathematics  
Society*

## 1. Introducción

En los últimos años, la sociedad va tomando conciencia poco a poco de la importancia de las Matemáticas. Las Matemáticas son el lenguaje de la naturaleza, decía Galileo, y sin ellas no estaríamos en la sociedad tecnológica y de la información que, con sus ventajas e inconvenientes, nos ha tocado vivir. Sin embargo, cuando se piensa en Matemáticas, las aplicaciones que nos vienen más fácilmente a la cabeza son de tipo industrial o tecnológico, como base del diseño en ingeniería, por ejemplo, pero pocos citarían otros ámbitos donde las Matemáticas realizan o pueden realizar aportaciones de la máxima relevancia. Y, en realidad, la Matemática está en todas partes.

En este sentido, este artículo sostiene dos tesis fundamentales:

- La utilidad de las Matemáticas llega hasta los lugares más insospechados, como es el caso de la Innovación, que aquí discutiremos.
- La Innovación en Matemáticas surge de y en sus fronteras, tanto interiores como con las otras Ciencias, y de y en sus aplicaciones.

## 2. Matemáticas para la Innovación

### El concepto de innovación

“Innovación” es una palabra ubicua en el discurso actual sobre desarrollo económico y gestión empresarial, hasta el punto de que ha venido a añadirse al tradicional binomio “I+D” (Investigación y Desarrollo), transformándolo en “I+D+i”. Esto no es casual: la insistencia sobre este concepto es tal que está llegando ya a los ambientes de investigación que, para entendernos, podemos llamar “básica” o “fundamental”. De hecho, buena parte del interés de gobiernos y grandes corporaciones en la investigación sólo se entiende hoy en día desde la esperanza de que ésta contribuya a la innovación y como consecuencia al desarrollo económico medido en términos de PIB.

Es difícil dar una definición de innovación que sea aceptable para todo el mundo. A mí personalmente la que me parece más simple y a la vez con más contenido es la de Alfons Cornella, presidente de la red de innovadores infonomía.com<sup>1</sup>: *innovar consiste en transformar ideas en valor para los clientes, lo que genera un beneficio sostenible para la empresa*. Desde este punto de vista, el “combustible” de la innovación son las ideas y, obviamente, sin ellas no hay nada que innovar. Lo cual me lleva a una primera reflexión: si queremos tener innovación, tenemos que tener investigación.

A partir de esa idea base, mi impresión personal es que el discurso sobre innovación, que por una parte es muy atractivo y prometedor, pierde contenido. Mi percepción es que se hacen muchas propuestas y se dan muchos consejos y, cuando termina la presentación del experto en innovación y uno tiene tiempo para meditar y digerir la vorágine de transparencias y ejemplos, ve que la realización práctica dista mucho de ser evidente. Es decir, falta la componente del clásico “mostrad cómo”.

Aquí es dónde, en mi opinión, las matemáticas tienen algo que decir, a través del diseño y el estudio de modelos del proceso innovativo.

### Un ejemplo: la innovación abierta

Consideremos, a título de ejemplo, uno de las herramientas de innovación que más interés está despertando: la innovación abierta (“open innovation”), propuesta por primera vez por la empresa Procter & Gamble. En este paradigma, lo que se plantea es renunciar a que la fuente de ideas para la innovación sea la propia empresa, olvidando el “si no lo hemos hecho nosotros no es bueno”, y desarrollar un sistema de captación de ideas en ámbitos externos. Cuando Procter & Gamble puso en marcha este sistema, lo que hizo fue tener un grupo de expertos distribuido por los cinco continentes como “exploradores” a la caza de ideas. Cuando estos expertos identificaban una idea prometedora, una idea que convertir en valor y por tanto una innovación, la enviaban a la casa matriz que daba los pasos necesarios para comprarla, si era el caso, y a partir de ahí ponerla en valor.

En una versión más avanzada, los expertos en gestión del conocimiento llevan la propuesta a una “red de innovación”, que puede ser interna a una empresa o colaborativa entre un grupo de empresas. En breve, estamos ante un escenario en el que las personas o los agentes ponen en común sus ideas o sus propuestas a la espera de que “salte la chispa” y surja un proceso innovativo concreto que puede involucrar a todos o parte de los participantes. Pero obviamente, nadie impide a uno de los participantes ser un agente pasivo, a la espera de recibir *inputs* de los demás sin aportar nada a cambio. Y, también obviamente, si ése es el caso, todos los agentes pueden pensar igual, y como consecuencia la red no aporta nada porque nadie lo hace a título individual.

Sin embargo, este análisis pesimista es muy claro pero muy simple, y se puede y se debe hacer mejor utilizando las Matemáticas. En concreto, hay una rama de las Matemáticas especializada en estudiar este tipo de situaciones de conflicto o estratégicas, que es la Teoría de Juegos, y que proporciona un marco para razonar en términos cuantitativos sobre comportamientos o decisiones.

<sup>1</sup> <http://www.infonomia.com>

## El Dilema del Prisionero

El caso de la innovación abierta se puede tratar en términos de un juego concreto como es el "Dilema del Prisionero", que es uno de los paradigmas de dilema social. El Dilema del Prisionero se suele plantear como una situación en la que dos delincuentes son interrogados y, aunque la policía está segura de su culpabilidad, no puede demostrarlo, y su única opción es que se incriminen uno a otro. Para ello, les ofrecen una reducción de condena en caso de que acusen al compañero, pero que no será aplicable si son acusados a su vez. Un ejemplo concreto de esta situación se puede ver en la siguiente tabla:

Tabla 1. Matriz de pagos del Dilema del Prisionero

	Calla (C)	Delata (D)
Calla (C)	-2	-5
Delata (D)	-1	-4

Esta tabla 1 expresa los años de condena (de ahí los números negativos) que corresponderían al jugador se comporta como se indica en las filas mientras que su compañero se comporta como se indica en las columnas.

Enfrentados a esta situación, sólo hay una forma posible de actuar: delatar al compañero. Si delatamos, haga lo que haga nuestro cómplice nos irá mejor que si callamos: si él delata, delatar nos ahorra un año de condena frente a callar, mientras que si él calla, de nuevo evitamos un año de condena si lo delatamos. El dilema se plantea cuando nos damos cuenta de que la otra persona va a razonar igual, y nos va a delatar, con lo cual cada uno recibiremos cuatro años de condena, frente a los dos que nos hubieran caído si ambos hubiéramos callado.<sup>2</sup>

El poder de las Matemáticas es que este modelo abstracto nos permite entender el problema al que se enfrentan las compañías o las personas cuando deciden como participar en una red de innovación. Como razonábamos antes, está claro que mi ganancia será máxima si estoy a la escucha de las ideas de los otros (uso la estrategia "D" del Dilema del Prisionero) y me aprovecho de sus

esfuerzos innovadores, pero también está claro que todos razonarán del mismo modo y nadie aportará nada a la red de innovación (nadie usará "C"). Lo que ganamos al formular el problema de esta manera es que podemos ahora analizar la cuestión en más profundidad.

## Cooperación en redes sociales

Tenemos ya el modelo del dilema que se plantea a las personas que participen en la red de innovación, estilizado en el Dilema del Prisionero. Para completar el modelo del proceso de innovación abierta necesitamos la otra componente, es decir, la red social o de contactos entre personas. De hecho, necesitaremos más de una para distinguir lo que es propio de una red particular de lo que se pueda decir más en general. Para el ejemplo que presentaré a continuación<sup>3</sup>, hemos utilizado dos redes sociales obtenidas de datos empíricos, una de intercambios de correo electrónico entre personas de una organización (que llamaré abreviadamente "red de e-mail"), y otra de personas que se intercambian claves de codificación ("red de claves"). La red social se construye identificando los pares de personas que se cruzan correo electrónico o que se dan sus claves. Tenemos así una lista de personas y una lista de conexiones entre ellas que nos dice quiénes van a interactuar con quiénes.

Podemos entonces proceder con la simulación. En el ordenador, lo que haremos es que cada "persona", cada nodo de la red social, juegue al Dilema del Prisionero con todos sus contactos. En un primer instante, asignamos al azar una estrategia a cada nodo, C ó D. Después de jugar, cada agente compara su ganancia con la de sus contactos. Si el que más gana de entre ellos obtiene más que él, en el turno siguiente usará la estrategia de esa persona. Así, las estrategias de las personas van cambiando en cada ronda de juego hasta que se alcanza un estado de equilibrio. Lo que vamos a observar es lo que pasa con el nivel de cooperación que se alcanza en la red en función de la tentación para "delatar", para "no cooperar", que podemos llamar  $b$  para abreviar.

La figura 1 muestra los resultados que se obtienen en las dos redes sociales a medida que se aumenta la tentación,  $b$ . En ambas gráficas, las líneas negras representan el porcentaje de personas que cooperan. Lo que vemos es que en la red de e-mail casi todas las personas cooperan cuando la tentación es baja, pero a medida que ésta sube el nivel de cooperación decrece rápidamente hasta

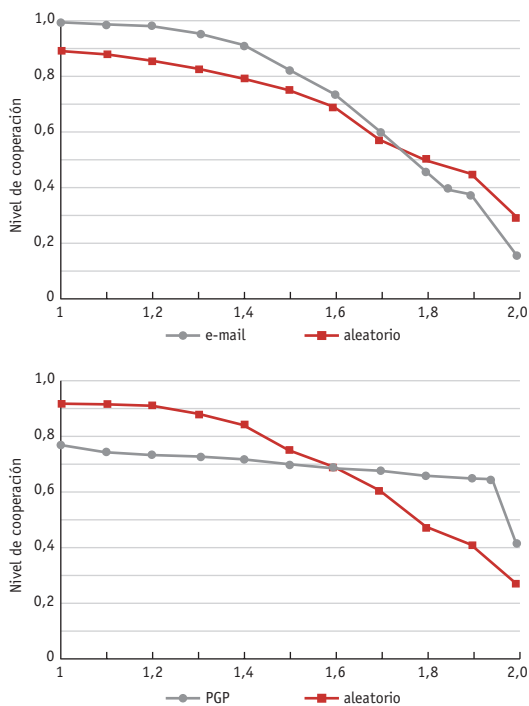
<sup>2</sup> Este mismo dilema ha aparecido en un concurso de televisión, en el que al final los dos concursantes debían optar entre compartir el premio diciendo "mitad" o recibir el doble diciendo "doble", con la condición de que si ambos decían "doble" ambos lo perdían todo. Una buena introducción divulgativa es el libro *El Dilema del Prisionero*: John Von Neumann, la Teoría de Juegos y la Bomba (Alianza Editorial, Madrid, 2004).

<sup>3</sup> Tomado de S. Lozano, A. Arenas y A. Sánchez, "Mesoscopic structure conditions the emergence of cooperation on social networks", <http://arxiv.org/abs/physics/0612124v2>.

hacerse casi cero. Sin embargo, en la red de claves, a tentaciones bajas, la cooperación no es óptima a tentaciones bajas, pero a tentaciones altas hay todavía un buen nivel de cooperación.

¿Qué aprendemos de este ejemplo que, por otro lado, es puramente académico? Pues más de lo que parece a primera vista. En primer lugar, que aunque al racionalizar el Dilema del Prisionero como juego entre dos contrincantes la única conclusión posible es que hay que usar la estrategia D, cuando el juego se plantea entre los miembros de una red social esto deja de ser verdad. Efectivamente, la evolución, que en nuestro modelo actúa copiando la estrategia más exitosa de nuestros contactos tras cada juego, conduce a que haya niveles altos de cooperación, al menos a bajas tentaciones (observemos que por baja que sea la tentación, mientras sea más alta que la ganancia obtenida por dos cooperadores, siempre es mejor delatar). Así pues, el proceso evolutivo sobre la red social hace que la cooperación surja y se establezca.

Figura 1. Nivel de cooperación alcanzado en dos redes sociales distintas en función de la tentación de no cooperar en una red de correo electrónico y una red de intercambio de claves de codificación



Nótese el diferente comportamiento en ambas redes (en negro) así como la semejanza del comportamiento cuando las redes se desordenan aleatoriamente.

La siguiente conclusión importante es que la respuesta cooperativa depende crucialmente de cómo es la red social considerada. En nuestro ejemplo, vemos que la red de e-mail es muy cooperativa pero poco robusta frente a aumentos de la tentación, mientras que la red de claves no es tan cooperativa pero sí resiste tentaciones muy altas. Estudiando la estructura de esas redes se puede ver cómo están formadas y de ahí deducir cómo diseñar redes que cumplan ambos requisitos. Por tanto, estamos ya en condiciones de pensar en cómo queremos que sea nuestra red de innovación: tendremos que estimar el nivel de tentación que tendrán sus miembros. Recordemos que la tentación es la ganancia que obtiene el que está pasivamente en la red, oyendo las propuestas de los otros sin incurrir en el coste de aportar las suyas. Con una idea de lo que puede suponer ese parámetro, podremos entonces analizar qué nivel de cooperación queremos para que tengamos éxito en un proceso de innovación abierta.

Por último, y con carácter más general, concluimos que la pretensión de las Matemáticas de aportar luz al proceso innovador no es vana, ya que realmente nos han ayudado, vía un proceso de modelado cuantificador, a llegar a las dos conclusiones anteriores, que ni siquiera sospechábamos antes de plantearnos el problema del ejemplo.

### 3. Innovación y Matemáticas

#### La matemática tradicional como fuente de ideas

Habiendo convencido, espero, al lector de que las Matemáticas tienen algo que decir en problemas como el de la Innovación, pasemos a analizar mi segunda tesis: la Innovación en Matemáticas está en su frontera y, en particular, en aplicaciones como la que acabamos de discutir. Citando de nuevo a Cornella: *Sin ideas que analicemos en clave de valor no hay negocio posible. En una economía compleja de capas y capas de valor, la clave reside en idear desde el valor aportado. El recurso fundamental son las ideas, no los recursos convencionales.*

Desde esta perspectiva, las Matemáticas están muy bien posicionadas: desde la época de Pitágoras, los matemáticos no han hecho otra cosa que generar ideas. Observemos, sin embargo, que si bien las ideas son la fuente de la Innovación, no son la Innovación, ya que ésta exige ir un paso más allá. Y ese paso se puede dar de dos maneras: poniendo una idea matemática en valor para las propias Matemáticas o bien trasladándola a través de sus fronteras. Creo que es en este último proceso donde reside el potencial innovador de las Matemáticas, aunque el anterior no sea desdeñable. Pero es interesante detenerse por un momento en el proceso interno de las Matemáticas.



Como acabamos de decir, una buena parte de la investigación que se hace en Matemáticas se refiere a las Matemáticas mismas, y por tanto el valor innovativo de las ideas generadas se restringe a su influencia en otras ideas matemáticas. En este sentido, el problema surge cuando no se tiene claro hacia donde se quiere ir y el investigador se lanza a la prueba de teorema tras teorema de la misma manera que lo podría hacer un ordenador, es decir, demostrando cosas simplemente porque pueden ser demostradas. Este peligro lo veía muy claramente el gran matemático David Hilbert cuando decía que *el que busca métodos sin tener un problema definido en mente busca casi todo el tiempo en vano*. Tenemos pues muchas Matemáticas que se hacen pero no generan Innovación, ni interna ni externa.

¿Quiere decir eso que la mal llamada “matemática pura” (aunque prefiero “*core mathematics*”, en inglés, no sé cómo traducirlo) es inútil y debería dejar de hacerse? En absoluto. Aunque se malgaste mucho talento y energía en direcciones irrelevantes, perderíamos un potencial innovador incalculable. En palabras del Leonardo del siglo XX, John von Neumann: *Gran parte de la matemática que deviene útil se desarrolló sin el menor deseo de que lo fuera, y en una situación en la que nadie podía adivinar en que área sería útil; y no había indicaciones generales de que lo sería en algún momento. Abrumadoramente, es uniformemente cierto en Matemáticas que hay un intervalo de tiempo entre un descubrimiento matemático y el instante en que se vuelve útil; y este lapso puede ser cualquiera entre 30 y 100 años, en algunos casos más; y que todo el sistema parece funcionar sin dirección, sin hacer ninguna referencia a la utilidad, y sin ningún deseo de hacer cosas útiles*.

Un ejemplo de la utilidad inesperada de las Matemáticas para las Matemáticas es la demostración del llamado último teorema de Fermat por Andrew Wiles. El teorema, un sencillo enunciado de Fermat en el margen de un libro en el siglo XVII, es una afirmación de teoría de números sobre la solución de ciertas ecuaciones. Para su demostración, 300 años después, Wiles tuvo que poner en valor (es decir, que innovar) matemáticamente hablando una conjetura aparentemente sin relación, debida a Taniyama y Shimura, que le abrió el camino para la demostración del teorema de Fermat. Así pues, sigamos investigando en lo que se nos antoje en Matemáticas, pero como este ejemplo pone de manifiesto, la Innovación sólo podrán hacerla aquellos investigadores con visión amplia que puedan conectar campos fronterizos, como es el caso aquí de la topología y la teoría de números.

### La Innovación matemática: Matemáticas en la frontera

Pese a todo, es en las fronteras externas de las Matemáticas donde bulle la vida, la actividad y, cómo no, la innovación. Esa utili-

dad inesperada de la que hablaba von Neumann es aún más impresionante cuando trasciende las Matemáticas. Qué mejor ejemplo que reunir a los dos matemáticos que hemos citado, recordando que Hilbert creía que su construcción matemática más famosa, los espacios que llevan su nombre, nunca servirían para nada. Treinta años después, von Neumann formalizaba la mecánica cuántica basándose precisamente en ellos, y con su trabajo aceleraba crucialmente el salto científico-tecnológico que nos ha llevado al mundo digital en que vivimos.

En esta misma línea podríamos revisar cientos de ejemplos, a cuál más importante. Para no ser excesivamente prolijo, mencionaré tan sólo dos más. En primer lugar, el teorema de Perron-Frobenius, que tuvo que esperar mucho más, más de cien años, hasta que Larry Page y Sergey Brin se basaron en él para su celeberrimo algoritmo de ordenación de páginas web PageRank<sup>4</sup> en el que se basan las búsquedas de Google, y del que es difícil discutir que ha cambiado no sólo nuestra percepción del mundo sino el mundo mismo. Y en segundo lugar, uno de los innumerables teoremas de Euler, que ha servido para inventar la codificación de clave pública en la que se basa buena parte de la comunicación segura a través de Internet, incluyendo mucho comercio electrónico; Matemáticas, pues, traducidas a PIB.

Observando con cuidado estos casos y otros similares, nos encontramos con la maquinaria de la Innovación funcionando cíclicamente: una idea matemática es puesta en valor en un contexto externo, y de ese proceso surgen nuevos problemas matemáticos cuyo análisis y solución da lugar a nuevas ideas que alimentarán futuras innovaciones. Es decir, no son hechos aislados, son fotogramas de una película de la cadena de valor en actividad. ¿Cuántos matemáticos hay ahora trabajando en nuevos algoritmos de búsqueda? ¿Cuántos se dedican a nuevos algoritmos de codificación y de descodificación, utilizando incluso ideas del futuro que aún no existen como los ordenadores cuánticos? Hay muchas y muy buenas Matemáticas en estos y otros campos fronterizos, y sin duda contribuirán a que la rueda de la innovación gire una vuelta más.

De este escenario no se escapan tampoco las Matemáticas aplicadas a la Innovación de las que he hablado antes. En efecto, la teoría de juegos, producto una vez más de la fértil inteligencia de von Neumann<sup>4</sup>, es un marco abstracto para el estudio de decisiones estratégicas. Al aplicarla a un problema como el que hemos descrito generamos valor: obtenemos intuiciones que indican que una red de innovadores puede funcionar aunque lo racional individual-

<sup>4</sup> Como los ordenadores, la ciencia de la computación, parte de la fundamentación de la teoría de conjuntos o la dinámica de explosiones, desafortunadamente utilizada para la primera bomba atómica.



mente sea no contribuir, y tenemos guías para diseñar nuestra red en función de en qué condiciones queremos que opere. A la vez, motivamos nuevas Matemáticas, ya que es poco lo que se conoce de manera rigurosa sobre la teoría de juegos en redes, es decir, cuando no todos los jugadores interactúan con todos, cuestión que está atrayendo ahora mismo a muchos investigadores. De nuevo, la rueda de la Innovación gira, incluso hablando de sí misma.

#### 4. A modo de conclusión

Si el lector ha tenido la paciencia de llegar hasta aquí, espero que nos separemos compartiendo la idea que anuncié en la introducción: que las Matemáticas nos pueden ayudar a entender la Innovación, y que la Innovación en Matemáticas se hace cruzando fronteras (tomando prestada una frase del Consejo Científico de IMDEA Matemáticas: *la matemática es más amplia que los matemáticos*). Creo realmente que el campo de la Innovación precisa fertilización desde las ciencias “duras”, necesita hacerse más cuantitativo, trabajar con modelos específicos del proceso innovativo, no sólo en el caso de la innovación abierta sino en general. De lo contrario, muchas buenas ideas sobre Innovación terminarán en char-

las de café, que suscitan debates agradables o apasionados, pero que no llegan a producir resultados (“Meta-Innovación”: generar valor para la Innovación). Y creo, también, que las Matemáticas serán el lenguaje de esa fertilización, el marco de trabajo en el que se puedan comparar unas propuestas con otras, y la fuente de nuevas ideas e intuiciones sobre Innovación. Si se consigue, las mayores beneficiadas serán las Matemáticas mismas y como consecuencia, la sociedad en general.

#### Agradecimientos

Estoy muy agradecido a Angel Arbonies por haberme introducido en este tema y por haberme invitado a participar en la VI Conferencia de la Asociación de Parques Científicos y Tecnológicos de España (gracias también a Andoni Gartzia del Polo Garaia) donde presenté algunas de estas ideas. Gracias también a Alfonso González por haberme propuesto escribir este pequeño ensayo que me ha permitido organizar mis opiniones sobre este tema, a Enrique Zuazua por una lectura crítica que me ayudó a mejorar el texto considerablemente y a Alfons Cornella por la claridad de su visión sobre la Innovación.